Révisions de géologie : quelques exercices d'isostasie

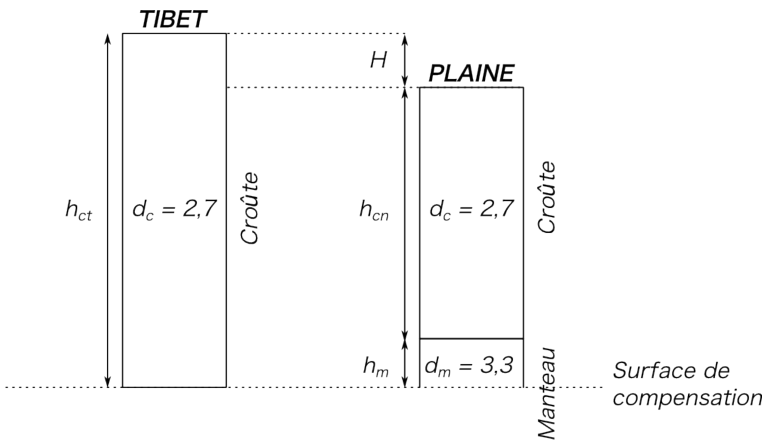
On propose ici quelques exercices autour de la notion d'isostasie. On suppose connues les densités des croûtes continentale et océanique, et des manteaux lithosphérique et asthénosphérique.

1. Calcul de l'épaisseur de la racine d'une chaîne de montagnes

Le plateau du Tibet est une vaste région du Nord de l'Himalaya qui a une altitude moyenne de 5 000 m.

- **En supposant le plateau du Tibet à l'équilibre isostatique, calculez l'épaisseur théorique de la croûte.**

On compare la situation du tibet (épaisseur inconnue h_{ct}, altitude connue H = 5 km) à la situation normale de plaine (épaisseur connue h_{cn} = 30 km).



On égale les masses des deux colonnes :

$$h_{ct}\,d_c = h_{cn}\,d_c + h_m\,d_m$$

Or $h_{ct} = H + h_{cn} + h_m$, donc $h_m = h_{ct} - H - h_{cn}$

Donc $h_{ct}\,d_c = h_{cn}\,d_c + (h_{ct} - H - h_{cn})\,d_m$ donc

$$h_{ct}(d_c - d_m) = h_{cn}(d_c - d_m) - H\,d_m$$

Donc $h_{ct} = \dfrac{h_{cn}(d_c - d_m) - H\,d_m}{d_c - d_m}$

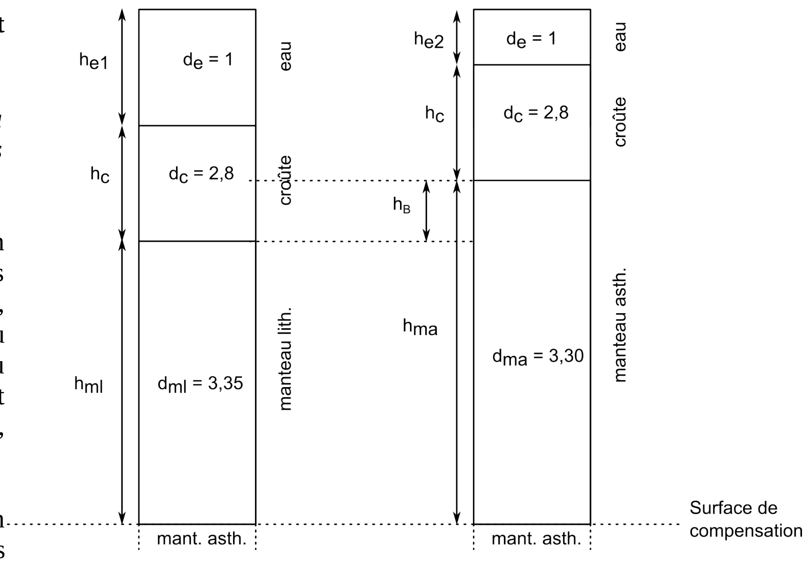
AN : $\boldsymbol{h_{ct}}$ **= 58 km**, c'est à dire un sur-épaississement de 28 km par rapport à une croûte normale de 30 km d'épaisseur.

2. Calcul d'un bombement thermique

- **Calculez la valeur du bombement thermique des dorsales.**

*NB. On peut négliger **<u>ou non</u>** le poids de la colonne d'eau, et comparer les deux valeurs obtenues.*

Le modèle isostatique ci-contre prend en compte l'eau. On peut choisir de faire les calculs avec l'eau, et des la négliger ensuite, ou de faire un modèle plus simple où l'eau n'existe pas. On considère que le manteau lithosphérique a totalement disparu, et est remplacé par du manteau asthénosphérique, moins dense.



Avant d'égaler les masses des colonnes, on va établir une relation entre h_{e1} et h_{e2}. Les deux colonnes ont la même hauteur, donc :

$$h_{e1} + h_c + h_{ml} = h_{e2} + h_c + (h_{ml} + h_B)$$

donc $h_{e1} = h_{e2} + h_B$

On égale ensuite les masses des deux colonnes :

$$h_{e1}\,d_e + \cancel{h_c\,d_c} + h_{ml}\,d_{ml} = h_{e2}\,d_e + \cancel{h_c\,d_c} + (h_{ml} + h_B)\,d_{ma}$$

$$\Rightarrow (\cancel{h_{e2}} + h_B)\,d_e + h_{ml}\,d_{ml} = \cancel{h_{e2}\,d_e} + h_{ml}\,d_{ma} + h_B\,d_{ma}$$

$$\Rightarrow h_B(d_{ma} - d_e) = h_{ml}(d_{ml} - d_{ma})$$

$$\Rightarrow h_B = h_{ml}\frac{d_{ml} - d_{ma}}{d_{ma} - d_e}$$

Si on néglige l'eau :

$$h_B{}' = h_{ml}\frac{d_{ml} - d_{ma}}{d_{ma}}$$

A.N., avec une épaisseur de manteau lithosphérique initiale de 100 km :

$$h_B = 100 \times \frac{3{,}35 - 3{,}30}{3{,}30 - 1} = 2{,}2\,km \quad \text{et} \quad h_B' = 100 \times \frac{3{,}35 - 3{,}30}{3{,}30} = 1{,}5\,km$$

Ces résultats sont cohérents avec ce qui est observé (une dorale domine la plaine abyssale d'environ 2 km).

3. Calcul de l'âge d'entrée en subduction d'une lithosphère océanique âgée

Au fur et à mesure de l'éloignement de la dorsale, l'isotherme 1300°C s'abaisse, et la lithosphère s'épaissit donc. On peut montrer que l'épaisseur du manteau lithosphérique suit la loi suivante : $e_{ml} = 9\sqrt{t}$ avec e_{ml} l'épaisseur de la lithosphère en km et t l'âge en Ma.

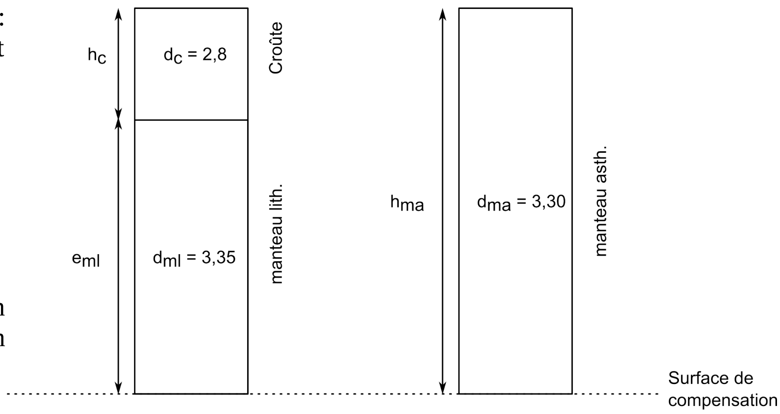
- **Calculez l'âge de la lithosphère océanique à partir duquel elle n'est plus en équilibre sur l'asthénosphère et commence à plonger.**

NB. On peut négliger ou non le poids de la colonne d'eau, et comparer les deux valeurs obtenues.

La question du poids de la colonne d'eau n'a pas de sens, dans la mesure où seules les différences de densité entre lithosphère et asthénosphère sont prises en compte. On va commencer par calculer l'épaisseur limite au de la lithosphère, et on calculera ensuite l'âge limite. NB : il y avait une coquille dans l'énoncé ; e_{ml} désigne l'épaisseur **du manteau lithosphérique**, et non de la lithosphère toute entière.

La lithosphère plonge lorsque sa densité est supérieure à celle de la lithosphère. Il y a dès lors deux approche :

- soit on compare le poids de deux colonnes, dans un classique modèle isostatique ;
- soit on calcule la densité de la lithosphère en fonction de l'épaisseur du manteau asthénosphérique, en utilisant des barycentres.



Méthode 1 (modèle isostatique ci-contre) : on égale la masse des deux colonnes, et donc :

$$h_c d_c + e_{ml} d_{ml} = (h_c + e_{ml}) d_{ma}$$

$$\Rightarrow e_{ml} = h_c \frac{d_{ma} - d_c}{d_{ml} - d_{ma}}$$

AN : $e_{ml} = 7 \times \frac{3{,}3 - 2{,}8}{3{,}35 - 3{,}3} = 70\,km$

Méthode 2 (méthode barycentrique) : on calcule la densité de la lithosphère d_l, et on résout l'inéquation $d_l > d_{ma}$.

$$d_l = \frac{h_c}{h_c + e_{ml}} d_c + \frac{e_{ml}}{h_c + e_{ml}} d_{ml}$$

on désout $d_l > d_{ma}$ $\Rightarrow \frac{h_c}{h_c + e_{ml}} d_c + \frac{e_{ml}}{h_c + e_{ml}} d_{ml} > d_{ma}$

$$\Rightarrow h_c d_c + e_{ml} d_{ml} > (h_c + e_{ml}) d_{ma}$$

$$\Rightarrow e_{ml} > h_c \frac{d_{ma} - d_c}{d_{ml} - d_{ma}}$$

Ce résultat est le même que par la méthode 1.

Cette valeur donne une épaisseur de lithosphère de 77 km, ce qui est du bon ordre de grandeur, mais plutôt plus faible que ce qui est observé (120 km). Cela peut s'expliquer de deux façons au moins :

- la croûte est en réalité plus épaisse, car elle est surmontée par des sédiments, peu denses, qui contribuent à une faible densité de la lithosphère, même si le manteau lithosphérique dépasse 70 km d'épaisseur.
- l'équilibre isostatique n'est pas le seul paramètre expliquant l'entrée en subduction : les forces de pression à l'œuvre (poussée d'Archimède) doivent être suffisantes pour provoquer la rupture de la lithosphère, et on se trouve donc lors de l'entrée en subduction très au-delà de l'équilibre isostatique.

On peut maintenant calculer l'âge théorique maximal de la lithosphère :

$$e_{ml} = 9\sqrt{t} \Rightarrow t = \left(\frac{e_{ml}}{9}\right)^2$$

AN : $e_{ml} = 60{,}5\,Ma$

Cet âge est plutôt faible, comparé à l'âge mesuré des plus vieilles lithosphères océaniques (autour de 200 Ma). Les mêmes explications peuvent être données que pour la valeur relativement faible de l'épaisseur du manteau lithosphérique calculée plus haut.

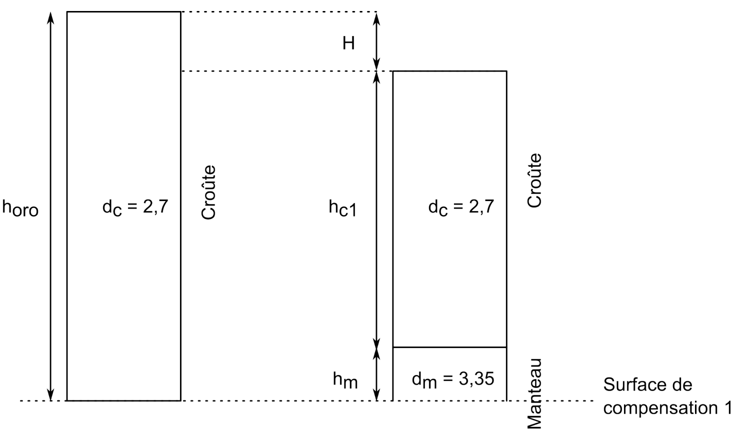
4. Isostatie, chaîne de montagne et érosion

Une chaîne de montagnes de 3 km d'altitude moyenne et de surface 1 000 km^2 s'érode totalement, et remonte au cours de son érosion. L'ensemble des sédiments est charrié par un unique fleuve, qui les dépose dans un bassin sédimentaire océanique de 10 000 km^2, de profondeur initiale 4 km.

- **Calculez la hauteur de la tranche d'eau du bassin sédimentaire après érosion totale de la chaîne de montagnes et dépôt des produits de l'érosion dans l'océan.**

Le problème est à découper en deux parties. On calcule d'abord la masse de matière érodée, **en n'oubliant pas de prendre en compte la remontée isostatique de la chaîne de montagne au cours de son érosion**. On remplit ensuite le bassin avec ces sédiments, et on calcule la hauteur d'eau restante **après réajustement isostatique du bassin**.

Gauche : montagne avant érosion. Droite : après érosion. On considère, après érosion, qu'on est revenu à une situation normale d'une croûte continentale d'épaisseur *h_{c1} = 30 km*. On cherche donc la valeur de la remontée isostatique h_m.



On égale les deux masses :

$$h_{oro} d_c = h_{c1} d_c + h_m d_m$$
$$\Rightarrow (H + \cancel{h_{c1}} + h_m) d_c = \cancel{h_{c1} d_c} + h_m d_m$$

$$\Rightarrow h_m = H \frac{d_c}{d_m - d_c}$$

A.N. : $h_m = 3 \times \frac{2{,}7}{3{,}35 - 2{,}7} = 12{,}5\,km$

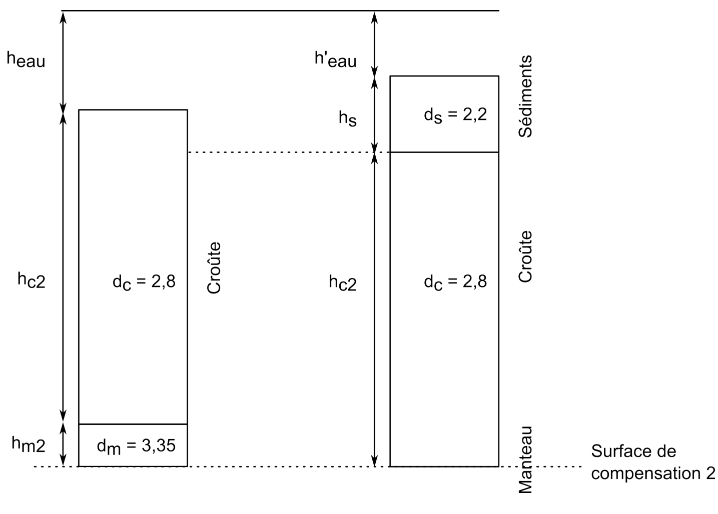
Donc l'érosion a détruit non seulement les 3 km de croûte en excès, mais également 12,5 km de croûte qui sont remontés au fur et à mesure par isostasie, soient au total 15,5 km.
On va maintenant calculer la hauteur totale de sédiments déposés dans le bassin h_s. Soit m la masse de produits érodés, ρ la masse volumique de l'eau, S_1 la surface de la montagne, et S_2 la surface du bassin. On rappelle que le granite et les sédiments ont une densité respective d_c = 2,7, et d_s = 2,2.

$$m = d_c \rho S_1 (H + h_m) = d_c \rho S_1 (H + H \frac{d_c}{d_m - d_c}) = d_c \rho S_1 H \frac{d_m}{d_m - d_c}$$

La hauteur de produits déposés dans le bassin est donnée par :

$$h_s S_2 d_s \rho = m$$
$$\Rightarrow h_s S_2 d_s \cancel{\rho} = d_c \cancel{\rho} S_1 H \frac{d_m}{d_m - d_c}$$
$$\Rightarrow h_s = H \frac{S_1}{S_2} \frac{d_c d_m}{d_s (d_m - d_c)}$$

A.N. : $h_s = \frac{3 \times 1000}{10000} \frac{2{,}7 \times 3{,}35}{2{,}2 \times (3{,}35 - 2{,}7)} = 1{,}9\,km$



On calcule enfin l'enfoncement du bassin dû au dépôt de ces 1,9 km de sédiments.

On cherche la hauteur d'eau h'_{eau} après dépôt des sédiments, sachant qu'on sait que h_{eau} = *4 km*. La croûte s'enfonce d'une hauteur h_m dans le manteau. On égale les masses :

$$h_{eau} d_{eau} + \cancel{h_{c2} d_c} + h_{m2} d_m = h'_{eau} d_{eau} + h_s d_s + \cancel{h_{c2} d_c} \quad (1)$$

Or, $h_{eau} + h_{m2} = h'_{eau} + h_s \Rightarrow h_{m2} = h'_{eau} + h_s - h_{eau}$

donc (1) $\Rightarrow h_{eau} d_{eau} + (h'_{eau} + h_s - h_{eau}) d_m = h'_{eau} d_{eau} + h_s d_s$

$$\Rightarrow h'_{eau} = h_{eau} - h_s \frac{d_m - d_s}{d_m - d_{eau}}$$

A.N. (sans négliger le poids de l'eau) : $h'_{eau} = 4 - 1{,}9 \times \frac{3{,}35 - 2{,}2}{3{,}35 - 1} = 3\,km$

A.N. (en négligeant le poids de l'eau) : $h'_{eau} = 4 - 1{,}9 \times \frac{3{,}35 - 2{,}2}{3{,}35} = 3{,}3\,km$

Conclusion : alors qu'on a déposé presque 2 km de sédiments, le bassin a subi une subdisence due à la surcharge sédimentaire, et sur les 4 km de profondeur du bassin initial, il reste encore 3 km de profondeur. Ce mode de subsidence est la **subsidence sédimentaire**.