

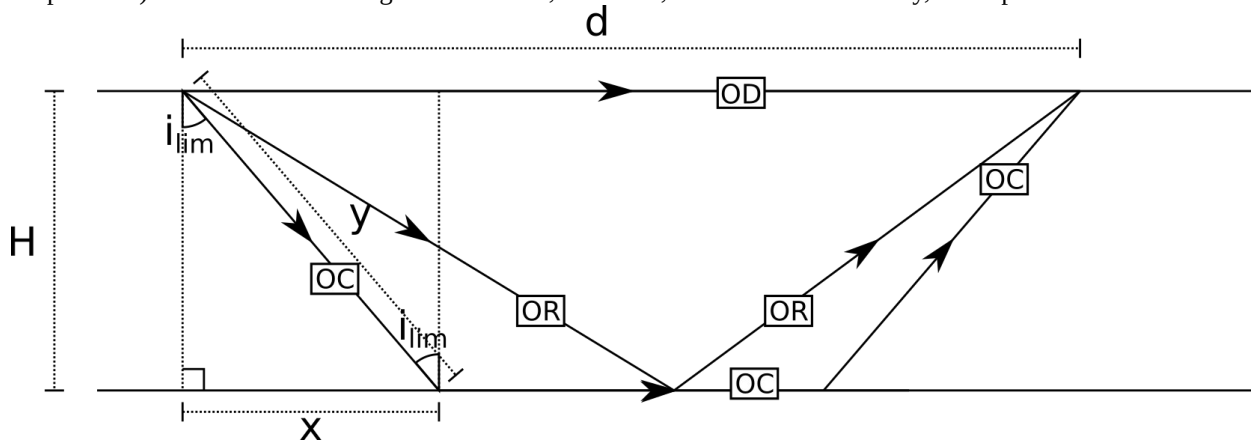
DM de géologie : la profondeur du moho

Eléments de correction

On considère le séisme dans le Sud-Est de la France du 11 novembre 2019.

1. A l'aide d'un schéma, montrez qu'il existe trois types d'ondes pouvant arriver aux différentes stations.

On peut définir trois types d'ondes. OC : ondes coniques. OD : ondes directes. OR : ondes réfléchies. i_{lim} : angle limite (voir plus loin). On définit aussi des grandeurs utiles, comme d , H et les distances x et y , utiles pour la suite.



2. Pour les ondes directes, exprimez le temps de trajet des ondes t_D en fonction de la vitesse des ondes P dans la croûte (V_1) et de la distance (d) entre le foyer et la station

$$V_1 = \frac{d}{t_D} \Rightarrow t_D = \frac{d}{V_1}$$

3. a. Montrez qu'il existe un angle d'incidence limite, noté i_{lim} , au delà duquel les ondes ne peuvent plus être réfractées. Déterminez la valeur de cet angle.

L'angle réfracté ne peut pas être plus grand que 90° , donc s'il existe un angle limite i_{lim} , il a les propriétés suivantes :

$$\frac{1}{V_1} \sin i_{lim} = \frac{1}{V_2} \sin 90^\circ = \frac{1}{V_2} \Rightarrow \sin i_{lim} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \sin i_{lim} = 47,8^\circ$$

- b. Montrez que le temps de trajet des ondes coniques t_C est : $t_C = \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1}$

Soient D_1 et D_2 les distances parcourues par les ondes coniques respectivement dans le milieu 1 (croûte) et dans le milieu 2 (manteau). On a :

$$D_1 = 2y, \text{ or } \frac{H}{y} = \cos i_{lim} \text{ donc } y = \frac{H}{\cos i_{lim}} \Rightarrow D_1 = \frac{2H}{\cos i_{lim}}$$

De même, $D_2 = d - 2x$, or $\frac{x}{y} = \sin i_{lim} \Rightarrow x = y \sin i_{lim} = H \frac{\sin i_{lim}}{\cos i_{lim}}$, donc $D_2 = d - 2H \frac{\sin i_{lim}}{\cos i_{lim}}$

Or $t_C = \frac{D_1}{V_1} + \frac{D_2}{V_2}$ donc :

$$\begin{aligned} t_C &= \frac{1}{V_1} \frac{2H}{\cos i_{lim}} + \frac{d}{V_2} - \frac{2H \sin i_{lim}}{V_2 \cos i_{lim}} \\ \Rightarrow t_C &= \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1} \left(\frac{1}{\cos^2 i_{lim}} - \frac{V_1 \sin i_{lim}}{V_2 \cos^2 i_{lim}} \right) \\ \Rightarrow t_C &= \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1} \left(\frac{1}{\cos^2 i_{lim}} - \frac{\sin^2 i_{lim}}{\cos^2 i_{lim}} \right) = \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1} \left(\frac{1 - \sin^2 i_{lim}}{\cos^2 i_{lim}} \right) = \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1} \times 1 \\ \Rightarrow t_C &= \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{lim}}{V_1} \end{aligned}$$

- c. Donnez l'expression de $t_C - t_D$, puis déduisez-en l'expression de H en fonction de t_C , t_D , i_{lim} , V_1 et V_2 .

On notera $\delta t = t_c - t_D$.

$$\delta t = \frac{d}{V_2} + \frac{2H \cos i_{\text{lim}}}{V_1} - \frac{d}{V_1} = d \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) + \frac{2H \cos i_{\text{lim}}}{V_1}$$

$$\Rightarrow \frac{2H \cos i_{\text{lim}}}{V_1} = \delta t + d \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

$$\Rightarrow H = \frac{V_1}{2 \cos i_{\text{lim}}} \times \left[\delta t + d \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) \right]$$

d. Complétez le tableau suivant. Commentez le résultat pour les valeurs de H.

| station | distance (km) | date d'arrivée des ondes directes (s) | date d'arrivée des ondes coniques (s) (si elles existent) | profondeur du moho (km) |
|---------|---------------|---------------------------------------|---|-------------------------|
| VIVF | 35 | 36,5 | – | non calculable |
| LASF | 82 | 36,5 | – | non calculable |
| SMRF | 97 | 37 | 38 | 23,4 |
| ORIF | 106 | 37 | – | non calculable |
| MBDF | 169 | 35 | – | non calculable |
| LPL | 197 | – | 34 | non calculable |
| LPG | 197 | 37 | 34 | 23,9 |
| LMR | 200 | 36,5 | 33 | 22,1 |
| CAF | 210 | 37 | 33 | 21,7 |
| SBF | 235 | 37 | 32 | 21,8 |
| MTLF | 236 | 36,5 | 32 | 24,3 |
| SMF | 243 | 37 | 32 | 23,5 |
| CABF | 256 | 37 | 31,5 | 23,5 |
| BGF | 265 | 37 | 32 | 27,6 |
| AVF | 270 | 37 | 31 | 23,9 |
| TCF | 273 | 37 | 32 | 29,2 |
| SSF | 294 | 37 | 30 | 23,8 |
| LOR | 319 | 37 | 29 | 22,2 |
| LFF | 313 | 37 | 29,5 | 25,1 |

On constate que le moho a une profondeur variable, et plutôt plus faible que les 30 km d'une croûte continentale classique. Il y a donc un léger amincissement crustal dans cette région. Il peut être dû à l'extension qui a affecté la région à l'Oligocène, et qui est à l'origine des fossés d'effondrement de la Limagne et du Forez, ainsi que du volcanisme du massif central.

d. Déterminez la limite de $t_c - t_D$ lorsque d tend vers l'infini. Donnez une interprétation géologique de ce résultat.

$$\delta t = d \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) + \frac{2H \cos i_{\text{lim}}}{V_1} \quad \text{donc} \quad \lim_{d \rightarrow \infty} \delta t = \infty$$

. Les ondes coniques circulent pour part dans le manteau, donc la vitesse de propagation est plus grande. Or, plus d est grand, plus le trajet dans le manteau est grand pour les ondes coniques. Donc l'écart se creuse au fur et à mesure que la distance augmente. On constate très bien cette augmentation sur le document donnant les enregistrements sismiques.